ДЗ по МУС № 7 (1 семестр) 20 ноября 2025 года
Тема: Случайные величины, метод наименьших квадратов

`Домашнее задание необходимо сдать на листочках не позднее 27 ноября 2025 года`

Задача 7.1.
Компоненты векторов $x = (x_1, x_2, x_3)^\top$ и $y = (y_1, y_2)^\top$ связаны преобразованием

$$\begin{cases} y_1 = x_1 - x_2 + x_3, \\ y_2 = x_1 + 2x_2 + x_3, \end{cases} \qquad M[\overset{\circ}{x}\overset{\circ}{x}^\top] = \begin{pmatrix} 4 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Определите среднеквадратичное отклонение σ_{y_1} и момент корреляции $K_{y_1 y_2}$.

Задача 7.2.
Измеряется величина $z(t_i) = y(t_i) + r(t_i)$, где $y(t) = a + bt$, a и b – неизвестные постоянные. Определите $y(t)$ методом наименьших квадратов, при условии, что ошибки измерений некоррелированы и следующие измерения равноточны

$$z(2) = 0, \quad z(3) = 2, \quad z(4) = 3, \quad z(5) = 5.$$

Задача 7.3.
Уравнение динамической системы имеет вид $\ddot{x} + 4\dot{x} + 3x = q$, где x — скаляр, q — белый шум, $M[q(t)q(s)] = 4\delta(t - s)$. Найдите дисперсии $D_x(t)$, $D_{\dot{x}}(t)$ при $t \to \infty$.

Задача 7.4.
Уравнение динамической системы имеет вид $\ddot{x} + 3\dot{x} + 4x = \dot{q} + q$, где x — скаляр, q — белый шум, $M[q(t)q(s)] = \delta(t - s)$. Найдите дисперсии $D_x(t)$, $D_{\dot{x}}(t)$ при $t \to \infty$.