ДЗ по МУС № 5 (2 семестр) 17 апреля 2026 года
Тема: Оптимальная стабилизация

`Домашнее задание необходимо сдать на листочках не позднее 24 апреля 2026 года`

Задача 5.1.
Решите задачу оптимальной стабилизации системы, описываемой скалярным уравнением

$$\dot{x} = 2u, \quad J = \int\limits_0^\infty (4x^2 + u^2)\, dt \longrightarrow \min\,.$$

Вычислите коэффициент в характеристическом уравнении.

Задача 5.2.
Решите задачу оптимальной стабилизации системы, описываемой уравнением

$$\ddot{x} + x = u, \quad u = k_1 x + k_2 \dot{x},$$

где $k_1, k_2 - \text{const}$. Необходимо минимизировать функционал

$$J = \int\limits_0^\infty (4x^2 + \dot{x}^2 + u^2) dt.$$

Вычислите k_1, k_2, оптимальное управление. Проверьте, что корни характеристического уравнения имеют отрицательные вещественные части.

Задача 5.3.
Дана стохастическая система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 3x_2 + u + q, \\ z = x_2 + r, \end{cases}$$

где $q(t)$, $r(t)$ – некоррелированные с начальными условиями и между собой белые шумы интенсивности $M[q(t)q(s)] = 2 \cdot \delta(t-s)$, $M[r(t)r(s)] = \delta(t-s)$. Время управления бесконечно. Осуществите оптимальный синтез регулятора для функционала

$$J = M[x_1^2 + x_2^2 + u^2].$$